

Характеристический многочлен $\chi(\lambda) = \lambda^2 - \alpha^{-1}\beta H\lambda - \alpha^{-1}|A+B|^{-1}\beta|B|(b-a) = 0$, согласно теореме Виета, имеет два действительных корня разных знаков $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 > 0$, причем $\lambda_2 > |\lambda_1|$, и поэтому $\varrho(C) = \lambda_2$. Таким образом, неравенство $\varrho(C) < 1$ выполнено тогда и только тогда, когда $\chi(1) > 0$. Итак, при выполнении неравенства

$$1 - \frac{\beta H}{\alpha} - \frac{\beta|B|(b-a)}{|A+B|\alpha} > 0$$

краевая задача (1) будет разрешимой. Отсюда следует доказываемое утверждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнов А.В., Аваков Е.Р., Жуковский Е.С. Накрывающие отображения и их приложения к дифференциальным уравнениям, не разрешенным относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45. № 5. С. 613-634.
2. Арутюнов А.В., Жуковский Е.С., Жуковский С.Е. О корректности дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47. № 11. С. 1523-1537.
3. Жуковский Е.С., Плужникова Е.А. Накрывающие отображения в произведении метрических пространств и краевые задачи для дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 49. № 4. С. 439-456.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-01-00626-а) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013гг. (соглашение № 14.132.21.1348).

Treshchev V.S. SOLVABILITY OF BOUNDARY-VALUE PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH DELAY

Conditions of solvability of an a-periodic boundary-value problem for an implicit differential equation with deviating argument are derived. The methods based on the statements about vector covering mappings due to E.S. Zhukovskiy and E.A. Pluzhnikova are used.

Key words: covering mappings; an implicit differential equation with deviating argument; boundary-value problem.

УДК 519.8:314

ОБ ОДНОМ ВЕРОЯТНОСТНОМ ПОДХОДЕ К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ СИТУАЦИЙ

© Г.А. Тырыгина

Ключевые слова: демографическая ситуация; система массового обслуживания; математическая модель.

В настоящей работе дается краткий обзор некоторых математических демографических моделей, при построении которых используются методы теории массового обслуживания.

Демографические явления сложны. Исторически описание демографических явлений начиналось с числовых моделей (демографических таблиц), используемых как для демографического анализа, так и для практических расчетов. Настоящее время характеризуется построением разнообразных теоретических демографических моделей, под которыми понимается математическое описание тех или иных демографических ситуаций. Эти модели делятся на вероятностные и детерминированные в зависимости от того, учитывают ли они различия между вероятностью и частотой. Актуальным направлением является построение вероятностных демографических моделей с непрерывным временем как наиболее адекватных демографическим ситуациям.

Приведём краткий обзор вероятностных демографических моделей, построенных в работах Назарова А.А. и Носовой М.Г. Они впервые предложили использовать методы теории массового обслуживания для исследования демографических процессов.

В работе [3] для моделирования возрастной структуры населения предложена математическая модель процесса изменения демографической ситуации как автономная система массового обслуживания с двумя типами заявок и неограниченным числом приборов. Приведены результаты численного эксперимента.

Работа [2] посвящена обоснованию нецелесообразности аппроксимации процесса рождаемости потоками Пуассона при долгосрочном прогнозировании.

В работе [4] разработана математическая модель процесса изменения численности женского населения как модель функционирования автономной немарковской системы массового обслуживания с РН-распределением времени обслуживания заявок с неограниченным числом приборов, в которой:

каждая заявка входящего потока в момент своего поступления занимает свободный прибор и находится в нем в течение всего времени обслуживания;

продолжительность обслуживания τ каждой заявки складывается из продолжительностей конечного числа фаз

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_\nu,$$

где τ_i — продолжительность i -й фазы обслуживания. Величины τ_i являются независимыми экспоненциально распределенными случайными величинами с параметром μ , который одинаков для всех $i = 1, 2, \dots, \nu$;

обслуживание каждой новой заявки начинается на первой фазе;

заявка, завершив обслуживание на i -й фазе обслуживания, с вероятностью r_i переходит к обслуживанию на $(i + 1)$ -ю фазу, а с вероятностью $1 - r_i$ завершает свое обслуживание и покидает систему;

заявка, находящаяся на i -й фазе обслуживания, с интенсивностью $b_i(t) = b(i/\mu, t)$ генерирует новые требования.

При этом подразумевается следующее: обслуживаемая заявка — женщина, время обслуживания заявки — продолжительность жизни этой женщины, фаза — стохастический эквивалент возраста женщины, функция $b_i(t)$ — интенсивность рождения девочек у женщины i -й фазы жизни в году t . Входящим потоком заявок является процесс рождаемости девочек, то есть последовательность моментов рождения девочек от всей совокупности женщин.

Число ν фаз обслуживания определяется достижением из первого состояния нулевого состояния цепью Маркова.

Случайный процесс $n(t) = \{n(1, t), n(2, t), \dots\}^T$, где $n(i, t)$ — число заявок, обслуживаемых в момент времени t на i -й фазе, является многомерной цепью Маркова с непрерывным временем. Для распределения вероятностей

$$P(n_1, n_2, \dots, t) = P\{n_1(t) = n_1, n_2(t) = n_2, \dots\}$$

система дифференциальных уравнений Колмогорова имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{P(n_1, n_2, \dots, t)\} = \\ & = -P(n_1, n_2, \dots, t) \left\{ \sum_{i=1}^n n_i (\mu + b_i(t)) \right\} + P(n_1 - 1, n_2, \dots, t) \left\{ (n_1 - 1)b_1(t) + \sum_{i=1}^n n_i b_i(t) \right\} + \\ & + \mu \sum_{i=1}^n (n_i + 1) \{P(n_1, n_2, \dots, n_i, n_{i+1}, \dots, t)(1 - r_i) + \\ & + P(n_1, n_2, \dots, n_0 i + 1, n_{i+1} - 1, n_{i+2}, \dots, t)r_i\} \end{aligned}$$

Используя метод асимптотического анализа [1] для решения системы, авторы доказывают, что распределение вероятности величины $n(t) = \{n(1, t), n(2, t), \dots\}^T$ числа заявок, обслуживаемых в системе в момент времени t аппроксимируется гауссовским распределением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Назаров А.А. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. Томск: НТЛ, 2006-112с.
2. Назаров А.А., Носова М.Г. О нецелесообразности аппроксимации процесса рождаемости потоками Пуассона при долгосрочном прогнозировании // Вестник томского университета, серия Управление, вычислительная техника и информатика. 2009 № 3 (8). С. 75-80.
3. Назаров А.А., Носова М.Г. Многофазная автономная система массового обслуживания и её применение к задачам демографии // Известия томского политехнического университета. 2009. Т. 315. № 5. С. 183-186.
4. Назаров А.А., Носова М.Г. Математическая модель процесса изменения демографической ситуации и ее исследование // Доклады ТУСУРа. № 2 (20). декабрь 2009. С. 100-105.

Tyrygina G.A. ABOUT PROBABILITY APPROACH TO MATHEMATICAL DESCRIPTION OF DEMOGRAPHIC SITUATIONS

The present paper gives a brief overview of some mathematical demographic models at construnting of which the methods of the mass service theory are used.

Key words: demographic situation; system of mass service; mathematical model.

УДК 517.983

ОБ ЭЛЛИПТИЧНОСТИ ВОЗМУЩЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

© В.М. Тюрин

Ключевые слова: пространства Соболева и Степанова; существенная эллиптичность; неравенства для обобщенных функций.

Исследуется обобщенная эллиптичность дифференциального оператора с малым параметром при эллиптичности данного дифференциального оператора.

Пусть X – банахово пространство; $C = C(R^n, X)$ – пространство функций $u: R^n \rightarrow X$, непрерывных и ограниченных с суп-нормой; $L^p = L^p(R^n, X)$ – пространство Лебега сильно